LE RÔLE DES PROBLÈMES DANS L'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES : ANALYSE DES CROYANCES D'ENSEIGNANTS DU PRIMAIRE

Joëlle Vlassis
Université du Luxembourg, Grand-Duché du Luxembourg

Giovanna Mancuso
Université du Luxembourg, Grand-Duché du Luxembourg

Débora Poncelet
Université du Luxembourg, Grand-Duché du Luxembourg

Mots-clés : Croyances des enseignants – Pratiques déclarées – Résolution de problèmes – Problèmes non routiniers – Heuristiques de résolution.

Résumé : L'enseignement de la résolution de problèmes est devenu un enjeu crucial pour les apprentissages mathématiques. Traditionnellement, ce sont les problèmes d'application qui sont encore souvent privilégiés dans l'enseignement des mathématiques. Plusieurs auteurs mettent néanmoins en évidence l'intérêt de proposer aux élèves des problèmes « non routiniers » visant l'apprentissage de nouveaux contenus ou le développement d'heuristiques de résolution. L'objet de cette communication consiste à présenter une analyse des croyances et des pratiques déclarées d'enseignants du primaire du Grand-Duché du Luxembourg. Les items ont été conçus selon deux modalités. La première présente des items classiques tandis que la seconde envisage des items contextualisés. Les analyses montrent que si le développement d'heuristiques et l'utilisation de problèmes « non routiniers » font leur chemin auprès des enseignants du primaire, ceux-ci, confrontés aux situations pratiques, semblent rester dans une perspective valorisant les modes formels de résolution au détriment de la diversité des heuristiques. De manière complémentaire, une analyse des commentaires des enseignants a été réalisée et vient clarifier et nuancer les résultats quantitatifs.

1. Introduction

L'enseignement de la résolution de problèmes occupe une place centrale dans les apprentissages mathématiques. Conscients de cet enjeu, de nombreux pays se sont engagés dans une réforme de l'enseignement des mathématiques accordant à la résolution de problème une place importante. Au Luxembourg, le Ministère de l'Education Nationale et de la Formation Professionnelle (MENFP) a promu, comme dans de nombreux autres pays, une réforme basée sur les compétences. Pour les mathématiques, il s'agit désormais d'intégrer les compétences disciplinaires dans des « compétences générales » (MENFP, 2011). Résoudre un problème constitue la première « compétence générale » définie dans le récent plan d'étude (2009) tandis que la résolution de problèmes arithmétiques est également envisagée dans les « compétences relatives aux contenus ». Les problèmes considérés dans ces directives officielles doivent permettre de développer des contenus, mais également des stratégies de résolution et d'appliquer les savoir et savoir-faire.

En cela, le curriculum luxembourgeois rejoint les trois grands types d'objectifs généralement attribués à la résolution de problèmes (Charnay, 1992 ; Fagnant & Vlassis, 2010 ; Demonty & Fagnant, 2012) :

1) l'apprentissage de nouveaux contenus mathématiques (Pallascio, 2005) ;

2) l'apprentissage des stratégies d'une résolution experte de problèmes (Verschaffel, Greer & De Corte, 2000) ;

3) l'application dans les problèmes des nouveaux savoirs enseignés.

Ces différentes fonctions des problèmes sont en étroite relation et leur apprentissage ne peut s'envisager que de manière conjointe. Au Luxembourg, si les problèmes visent « l'application des savoirs et savoir faire » (MENFP, 2011, p. 115) (objectif 3) ou « si les compétences [disciplinaires] à développer se construisent à l'aide de problèmes » (MENFP, 2011, p. 123) (objectif 1), l'accent est particulièrement mis sur le développement des stratégies de résolution (objectif 2). Cependant, on peut supposer que dans la réalité des classes luxembourgeoises, c'est surtout l'objectif 3 qui est poursuivi. En effet, une étude de Fagnant et Burton (2009) a montré que les manuels de mathématiques largement utilisés et suivis par les enseignants proposent essentiellement des problèmes routiniers situés à la suite de l'introduction de nouvelles notions et visant l'application de celles-ci en situation.

Dans cet article, nous proposons d'examiner, dans ce contexte de réforme curriculaire, les croyances et pratiques déclarées des enseignants de l'enseignement primaire. Que pensent ceux-ci de la résolution de problèmes ? Quelle place lui accordent-ils ? Et quel type de problèmes envisagent-ils concrètement dans leur enseignement ? Le présent article se propose de répondre à ces questions.

2. Approche par problèmes, problèmes non routiniers et heuristiques de résolution

Les objectifs 1 et 2 envisagent la résolution de problème comme une modalité pour l'apprentissage de nouveaux contenus ou le développement de nouvelles stratégies tandis que le objectif 3 concerne l'application de ces nouvelles connaissances dans des problèmes de réinvestissement. Plus précisément, le premier objectif renvoie à *l'approche* par *problèmes ou par situations problèmes* (Pallascio, 2005) envisagée comme modalité pédagogique destinée à l'apprentissage de nouveaux concepts et procédures mathématiques (Fagnant & Vlassis, 2010). Cette démarche fait actuellement l'objet d'un large consensus dans la littérature scientifique en didactique des mathématiques tant dans le monde francophone (De Vecchi & Carmona-Magnaldi, 2002 ; Fabre, 1997; Pallascio, 2005; Vlassis & Demonty, 2002) qu'à un niveau international (NCTM, 2000). Selon Pallascio (2005), l'élément essentiel qui distingue cette perspective d'une approche traditionnelle c'est l'inversion des deux moments canoniques de l'enseignement traditionnel. Dans l'approche par problèmes, le problème précède l'explication notionnelle, au lieu de lui succéder. Les connaissances mathématiques visées par l'enseignant sont abordées au terme des recherches et questionnements venant des élèves. De même, selon le NCTM (2000), l'approche par problèmes constitue un moyen pour construire des nouvelles connaissances mathématiques et représente une démarche qui permet aux élèves d'apprendre les concepts clés et les procédures mathématiques.

Le deuxième objectif de la résolution de problème concerne cette fois l'apprentissage du processus même de la résolution de problèmes envisagé comme un processus complexe de modélisation ; il s'agit d'un apprentissage de stratégies heuristiques et métacognitives. Les travaux de Verschaffel et De Corte (2005) ont témoigné de l'intérêt de développer tant les stratégies métacognitives qu'heuristiques, inhérentes aux différentes phases de la résolution telles que représenter un énoncé, résoudre, interpréter et communiquer un résultat.

Comme le soulignent Fagnant et Vlassis (2010), ces deux objectifs d'apprentissage sont complémentaires. En effet tandis que l'approche par (situations-)problèmes permet de construire et de donner du sens aux nouvelles notions et procédures mathématiques, elle ne peut faire l'impasse de moments spécifiquement consacrés à l'apprentissage de stratégies heuristiques et métacognitives. A l'inverse, il serait dommageable de ne cibler que des processus de résolution de problèmes au détriment des contenus. Ce risque fait d'ailleurs craindre à certains auteurs un « démathématisation » (Mercier, 2008) de l'enseignement au sens où l'activité de résolution de problèmes deviendrait une activité pour elle-même.

Par ailleurs, quel que soit le type d'apprentissage visé par la résolution de problèmes (objectifs 1 ou 2), il convient de souligner que ceux-ci sont intrinsèquement liés au développement de compétences transversales qui contribuent à l'attribution de sens donné aux contenus, procédures et stratégies de résolution. Ainsi, le développement de compétences telles que parler les mathématiques, communiquer, argumenter ou justifier un raisonnement mathématique est considéré par de nombreux auteurs comme indissociable des apprentissages mathématiques (Radford, 2004 ; Bednarz, 2005).

Afin de développer ces compétences transversales en relation avec les deux premiers objectifs la résolution de problèmes, plusieurs auteurs mettent en évidence l'intérêt de proposer aux élèves des problèmes « non routiniers », généralement définis comme des problèmes dont la solution n'apparaît pas d'emblée et dont la résolution ne consiste pas en l'application d'une procédure qui vient d'être vue en classe (Diezman, 2002 ; Elia, van den Heuvel-Panhuizen & Kolovou, 2009 ; NCTM, 2000).

Selon Elia *et al.* (2009), les problèmes non routiniers permettent en effet de poursuivre efficacement les objectifs d'apprentissages des mathématiques (objectifs 1 et 2) dans la mesure où leur complexité implique une pensée créative, l'argumentation ainsi que le développement de diverses heuristiques pour comprendre le problème et trouver une façon de le résoudre. Le terme d'heuristique est à prendre dans le sens donné par Verschaffel, De Corte, Lasure, Van Vaerenbergh, Bogaerts et Ratinckx (1999), c'est-à-dire de stratégies de résolution souvent informelles, telles que dessiner, établir une liste ou un tableau ou encore utiliser les essais-erreurs. Selon Elia *et al.* (2009), la capacité des apprenants à essayer différentes solutions et évaluer le résultat probable joue un rôle important dans le succès de la résolution de problèmes. Ces auteurs ont mené une étude auprès d'élèves de 4e année primaire en mathématiques. Ceux-ci devaient résoudre trois problèmes non routiniers. Les résultats montrent que l'utilisation d'heuristiques est positivement reliée à la performance en résolution de problèmes et constitue un aspect central de la compétence mathématique. De plus, il apparaît que des élèves les plus performants dans la résolution de ces problèmes sont aussi ceux qui présentent une plus grande flexibilité dans leurs stratégies, c'est-à-dire ceux qui se montrent capables de changer de stratégie selon les problèmes. Ce résultat trouve son explication dans le fait que la flexibilité implique non seulement la connaissance de diverses stratégies, mais également la compréhension des raisons de ces stratégies.

Cependant, la recherche d'Elia *et al.* (2009) a montré qu'un grand nombre d'élèves de leur échantillon, même d'un bon niveau en mathématique, n'utilisaient pas les heuristiques de résolution. Différentes raisons peuvent être invoquées, et notamment le manque de problèmes non routiniers dans les manuels, la difficulté à expliquer son raisonnement par écrit, les croyances des élèves qui pensent que les bons élèves ont peu l'habitude d'utiliser du papier de brouillon au cours de mathématique et que résoudre les problèmes mentalement indique un plus haut niveau de performance, ainsi que les lacunes dans l'enseignement des heuristiques de résolution.

3. Les croyances des enseignants

Du point de vue des enseignants, soulignons dans la foulée de Roth Mc Duffie et Mather (2006) que la mise en place d'une approche par problèmes représente le plus souvent un changement important de pratiques. En effet, cette approche implique une transition d'un enseignement basé sur une transmission traditionnelle « top down » des savoirs vers une perspective

« bottom up » de production des nouvelles connaissances construites à partir de la résolution de problèmes. Pour De Corte et Verschaffel (2002), il ne s'agit pas seulement pour les enseignants d'acquérir des nouvelles techniques pédagogiques, mais de modifier profondément leurs idées, leurs attitudes et leurs mentalités. L'effet des représentations des enseignants et des facteurs de contexte sur les pratiques d'enseignement n'est plus à démontrer (Crahay, 2002; Roth Mc Duffie & Mather, 2006 ; van der Sandt, 2007). En effet, même si le lien entre les pratiques et les représentations est complexe et ne relève pas de la causalité directe, la littérature relative à l'introduction de pratiques innovantes montre que les représentations des enseignants sont susceptibles d'opérer comme un filtre à travers lequel les phénomènes et les informations sont sélectionnés et interprétés (Crahay, 2002; Crahay, Wanlin, Laduron & Issaieva, 2010; Richardson, 1996). En particulier, dans le contexte d'une réforme curriculaire comme celle qui est promue au Grand-Duché du Luxembourg depuis 2009, il importe de rappeler combien le poids des représentations est important dans l'implémentation du curriculum. Handal et Herrington, (2003) rappellent que si les croyances des enseignants de mathématiques ne sont pas congruentes avec les présupposés sous-jacents à la réforme scolaire, cela peut affecter le succès de l'innovation ainsi que la volonté des enseignants d'implémenter le futur changement.

L'objet de cet article consiste à examiner les croyances et les pratiques déclarées d'enseignants du primaire du Grand-Duché du Luxembourg à propos de la résolution de problèmes, à l'aube de la réforme curriculaire. En effet, cette étude a pris place l'année précédant l'introduction du nouveau plan d'étude basé sur les compétences.

4. Méthodologie

Un questionnaire a été conçu et distribué à une majorité d'enseignants de 1re année, 4e année et 6e année de l'enseignement primaire, soit un total de 900 enseignants contactés. Cent cinquante-quatre enseignants ont renvoyé et complété le questionnaire : 41 enseignants de 1ère année, 50 de 4e année et 63 de 6e année. Le questionnaire a été soumis aux enseignants au cours de l'année scolaire 2008-2009, soit l'année précédant l'introduction de la réforme par compétences et l'introduction du nouveau plan d'études. Il faut néanmoins savoir que d'une part, les socles de compétences avaient déjà été introduits et recommandés dès 2006 mais que d'autre part, les enseignants étaient toujours enjoints de suivre le manuel de mathématique du Ministère de l'Education nationale proposant majoritairement des problèmes routiniers (voir étude de Fagnant & Burton, 2009).

Cette recherche consistait en une étude exploratoire visant l'investigation des croyances des enseignants de l'enseignement primaire. Différentes dimensions étaient mesurées dans le questionnaire en lien avec la résolution de problèmes : le contexte, les stratégies d'enseignement, les difficultés des élèves, le développement de problèmes non routiniers et d'heuristiques de résolution, ainsi que le rôle des problèmes.

A la suite des réflexions théoriques, nous proposons dans cet article d'examiner les items relatifs aux trois axes suivants :

Axe 1 : Le rôle des problèmes selon les trois fonctions identifiées précédemment à savoir l'apprentissage de contenus, le développement de stratégies de résolution, et l'application des procédures enseignées préalablement.

Axe 2 : L'utilisation de problèmes routiniers/non routiniers c'est-à-dire les types de problèmes que les enseignants développent dans leur classe.

Axe 3 : Le développement d'heuristiques de résolution et en particulier l'ouverture des enseignants à la diversité des stratégies de résolution.

Etant donné le contexte scolaire (année précédant la réforme et utilisation de manuels proposant des problèmes routiniers), nous avons émis les hypothèses suivantes relevant d'un profil plutôt traditionnel :

Hyp-Axe 1 : Les enseignants considèrent que les problèmes servent à appliquer des techniques et savoirs mathématiques.

Hyp-Axe 2 : Les problèmes utilisés par les enseignants sont des problèmes routiniers, c'est-à-dire des problèmes visant l'application des procédures enseignées préalablement.

Hyp-Axe 3 : Les stratégies de résolution enseignées et considérées par les enseignants sont les algorithmes de calcul précédemment enseignés, laissant peu de place au développement des heuristiques et à leur diversité.

Afin de cerner au mieux les croyances de enseignants, nous avons envisagé différents types et modalités de questionnements pour chacun des trois axes précités.

Pour l'axe 1, les questions consistaient en items classiques. Les enseignants devaient noter leur degré d'accord sur une échelle de Likert (Tout-à-fait d'Accord, D'accord, Pas d'Accord, en Total Désaccord), puis classer les trois objectifs de la résolution de problèmes selon l'importance accordée à chacun d'entre eux, et enfin, relever dans une liste, trois mots-clés qu'ils associaient à la résolution de problèmes.

Pour les axes 2 et 3, deux types de modalités ont été développées :

1) des items classiques (échelle de Likert) ;
2) des items contextualisés où les enseignants devaient se prononcer sur des situations pratiques. Il s'agissait d'abord de classer des énoncés de problèmes donnés selon leur intérêt d'une part, et les habitudes de classe d'autre part. Ensuite, les enseignants devaient noter sur un total de 10 points des stratégies de résolution d'un problème non routinier menant toutes à la réponse correcte. Les réponses à ces questions étaient alors comparées à celles d'items classiques portant sur les mêmes thèmes (l'intérêt des problèmes routiniers/non routiniers et l'acceptation d'heuristiques de résolution et de leur diversité).

Lee et Ginsburg (2009) soulignent l'intérêt de proposer ce type d'items contextualisés. Ils rappellent que les croyances des enseignants sont souvent collectées à l'aide de questionnaires à large échelle où les enseignants sont invités à évaluer leur accord en regard de propositions. Cette méthode présente l'avantage de collecter un grand nombre de données. Cependant, selon ces auteurs, se positionner sur des propositions fermées et décontextualisées peut très bien ne pas rendre compte des croyances réelles des enseignants. Une image plus conforme à la réalité pourrait être obtenue sur la base de discussions à propos de situations réelles proposées idéalement dans le contexte d'interviews qualitatives. Dans le cas de cette étude, la proposition d'items décrivant des situations pratiques et contextualisées constitue à nos yeux une tentative de rencontrer au mieux les avantages des deux types d'approches méthodologiques (quantitatives et qualitatives).

Dans la suite, nous présentons les résultats des enseignants de l'ensemble de l'échantillon des trois années d'étude (1re, 4^{e} et 6^{e} années du primaire). En effet, étant donné le petit nombre de questionnaires effectivement reçus

(N = 154), scinder l'échantillon global des enseignants selon les trois années d'études et selon les axes envisagés aurait réduit de manière trop importante la taille des sous-groupes à analyser. Par ailleurs, les enseignants des trois années présentent globalement des croyances similaires en regard des différents axes considérés sauf dans certaines situations qui seront brièvement évoquées.

5. Résultats

Les résultats sont présentés en 4 sections. Nous développons dans les trois premières, les résultats obtenus selon les axes définis précédemment : 1) Le rôle des problèmes, 2) L'utilisation de problèmes routiniers/non routiniers, 3) Le développement d'heuristiques et l'ouverture des enseignants à une diversité de stratégies de résolution. Puis dans un quatrième point, nous exposerons une analyse par profils d'enseignants (définis sur la base de critères qui seront précisés dans la suite) selon qu'ils soient « innovants » ou « traditionnels ».

5.1. Le rôle des problèmes

Les enseignants devaient marquer leur degré d'accord sur le rôle des problèmes (Tout à fait d'accord, d'Accord, Pas d'Accord, en Total Désaccord). Trois propositions correspondant aux trois rôles attribués aux problèmes leur ont été soumises. Les résultats sont présentés dans le tableau 1 ci-dessous.

Tableau 1 : Degré d'accord des enseignants sur le rôle des problèmes

Rôle des problèmes	Tout à fait d'accord ou d'accord
Les problèmes servent à développer des stratégies de résolution	95 %
Les problèmes servent à aborder de nouvelles connaissances	60 %
Les problèmes servent à appliquer des procédures enseignées au préalable	55 %

Pour la grande majorité des enseignants les problèmes servent à développer des stratégies de résolution. Les deux autres fonctions (aborder des nouvelles connaissances ou appliquer les procédures enseignées) se positionnent plus ou moins à égalité avec 60 et 55% des marques d'accord.

Cependant quand on force le choix des enseignants, en leur demandant de positionner l'objectif qu'ils estiment le plus important, les choses se présentent un peu différemment. Le tableau 2 ci-dessous présente le rôle privilégié par les enseignants.

Tableau 2 : Le rôle des problèmes privilégié par les enseignants

Rôle des problèmes	Classé en position 1
Appliquer les opérations arithmétiques apprises	46 %
Apprendre les stratégies de résolution de problèmes	44 %
Introduire une nouvelle notion	7 %
Autre	3 %
Total	100 %

Lorsque les enseignants sont invités à hiérarchiser la fonction des problèmes, ils ne sont plus que 7% à attribuer la première place à celle visant l'introduction d'une nouvelle notion. Ceci laisserait penser que l'approche par problème qui se définit notamment par l'utilisation des problèmes pour l'enseignement de nouveaux contenus ne fait pas encore tout à fait partie des croyances des enseignants et a fortiori des pratiques de classe. Les deux fonctions les plus plébiscitées sont l'application des opérations arithmétiques apprises (46%) et l'apprentissage de stratégies de résolution de problèmes (44%).

Ce constat se voit encore confirmer par le choix de mots clés que les enseignants devaient associer à la résolution de problèmes. Les enseignants devaient entourer trois mots parmi une quinzaine de mots clés proposés. Les termes les plus fréquemment choisis par les enseignants concernaient la logique (58%), la réflexion (51%), l'application des techniques (28%). La découverte et la recherche associées à l'approche par problème n'ont été choisies que par respectivement 6% et 14% des enseignants.

5.2. L'utilisation des problèmes non routiniers

L'utilisation de problèmes non routiniers par les enseignants a été mesurée à travers des items classiques (degré d'accord – échelle Likert) et des items contextualisés.

Dans les items classiques, les enseignants se sont majoritairement prononcés en faveur (D'accord ou Tout à fait d'accord) des propositions comme « Il est intéressant de proposer des problèmes qui aboutissent à plusieurs solutions » (88%) et « Il est intéressant de favoriser des problèmes dont la recherche de la solution peut être trouvée par plusieurs démarches différentes » (95%), propositions correspondant à la valorisation de problèmes non routiniers.

Dans les items contextualisés, les enseignants devaient classer une série de problèmes (routiniers et non routiniers) selon deux points de vue : 1) l'intérêt qu'ils accordaient aux différents problèmes et 2) les habitudes de classe.

Prenons l'exemple des problèmes proposés en 1re année. Les constats réalisés pour cette année d'étude ont également été posés pour la 4e et la 6e année. Les enseignants devaient classer 7 problèmes, tous de type additifs, présentés dans des contextes différents : 4 routiniers, 3 non routiniers. Un problème (problème d'achats) présentait deux versions au départ d'un même contexte : une version routinière (calculer la somme à payer pour des achats) et une version non routinière (proposer les achats possibles au départ d'une somme donnée). A la suite de cette question, les enseignants pouvaient commenter librement leur choix.

Le tableau 3 ci-dessous présente les pourcentages d'enseignants qui ont classé les problèmes en position 1 ou 2 sur 7, du point de vue de l'intérêt (1re colonne) et des habitudes (2e colonne), autrement dit, les pourcentages d'enseignants qui ont jugé les problèmes très intéressants et déclaré qu'ils faisaient partie de leurs habitudes de classe.

Tableau 3 : Problèmes jugés très intéressants par les enseignants et déclarés faire partie des habitudes de classe

	Types de problèmes	INTERET Classement au 1er ou 2^{e} rang	HABITUDES Classement au 1er ou 2^{e} rang
1	Non Routinier (achats – version a)	44 %	22 %
2	Non Routinier (logique)	44 %	7 %
3	Non Routinier (jeu de cartes)	39 %	7 %
4	Routinier (achats – version b)	17 %	37 %
5	Routinier (passagers dans un bus)	10 %	33 %
6	Routinier (livres)	10 %	27 %
7	Routinier (élèves en classe)	7 %	32 %

Clairement, les enseignants se montrent davantage intéressés par les problèmes non routiniers que par les problèmes routiniers. Ce constat est cohérent, même si c'est dans une moindre mesure, avec leurs déclarations dans les items classiques concernant les problèmes à plusieurs solutions ou autorisant différentes démarches possibles de résolution.

Cependant, lorsqu'on analyse les habitudes de classe, on constate que malgré l'intérêt porté aux problèmes non routiniers, ceux-ci sont peu développés dans les classes. Cette différence est nettement marquée pour les problèmes 2 et 3 (44 % et 39 % d'Intérêts contre seulement 7 % d'Habitudes pour les deux problèmes). A l'inverse, un problème routinier comme le problème 7, jugé peu intéressant (7 %), est utilisé dans les classes par 32 % d'enseignants. Des constats assez similaires ont été réalisés pour les problèmes proposés en 4^{e} et 6^{e} années à savoir un intérêt marqué pour les problèmes non routiniers mais ceux-ci sont peu développés en classe. Et à l'inverse, peu d'intérêt pour les problèmes routiniers mais ceux-ci sont déclarés faire partie des habitudes de classe. Par ailleurs, à contexte équivalent, comme le problème des achats, la version non routinière est jugée plus intéressante (44 %) que la version routinière (17 %). Cependant, davantage d'enseignants déclarent utiliser cette dernière version dans les classes (37 % contre 22 % pour la version non routinière).

Afin de comprendre ces constats ambigus, nous nous sommes penchés sur les commentaires que les enseignants ont rédigés à la suite de cette question. Seuls douze enseignants sur l'ensemble de l'échantillon ont écrit un commentaire, pour l'essentiel des enseignants de 6^{e} année. Malgré ce petit nombre, ces commentaires aident à mieux comprendre les résultats. Ceux-ci sont de trois types :

1) Tous les problèmes sont intéressants ;
2) Il faut voir le programme et préparer les élèves aux évaluations (« Je fais les choses qui sont dans le manuel même si elles sont ennuyantes parce que je crois que c'est mon devoir de préparer les enfants aux tests ») ;
3) Il faudrait plus de ressources pour les problèmes de type « défis ».

Les commentaires 2 et 3 semblent montrer que les enseignants sont conscients de leurs contradictions mais soit, pensent qu'ils doivent enseigner les problèmes « ennuyeux » pour répondre aux directives officielles soit, voudraient bien enseigner les problèmes « défis » mais ne trouvent pas les ressources qui en proposent.

5.3. Le développement des heuristiques de résolution

Tout comme pour l'axe précédent, des items classiques et des items contextualisés ont été proposés aux enseignants pour examiner leurs croyances et pratiques déclarées à propos du développement des heuristiques de résolution.

Les enseignants devaient marquer leur degré d'accord à trois propositions présentées dans le tableau 4 :

Tableau 4 : Degré d'accord des enseignants aux items sur les heuristiques de résolution

	Propositions	**Tout à fait d'Accord ou d'Accord**
1	Pour résoudre un problème, j'invite les élèves à réaliser une représentation de l'énoncé (sous la forme d'un dessin, d'un schéma ou de tout autre organisation des données)	80 %
2	J'accepte que les élèves proposent une démarche de résolution différente de celle que j'attendais pour autant qu'elle soit correcte : a) Dans les exercices	97 %
3	b) Dans les tests	96 %

Dans leurs déclarations, les enseignants (toutes classes confondues) affirment majoritairement que non seulement ils favorisent les représentations pour résoudre les problèmes (80 %), mais qu'ils sont ouverts à toute démarche autre que celles qu'ils attendaient, que ce soit dans les exercices ou dans les tests (97 % et 96 %).

Les items contextualisés proposaient aux enseignants de noter sur 10, différentes stratégies de résolution de problèmes (non routiniers) des élèves qui toutes aboutissaient à la réponse correcte. A nouveau, les enseignants pouvaient s'ils le souhaitaient, écrire des commentaires à la suite de cette question.

Le tableau 5 ci-dessous présente les différents problèmes proposés aux enseignants de chacun des trois niveaux ainsi que les différentes stratégies proposées pour chaque problème (Equations, Calculs, Dessins et calculs, Dessins, Tâtonnement). Chacune d'entre elles présentait la démarche d'un élève fictif (sauf dans le cas du problème de 4^{e} année, voir Demonty, Fagnant, & Lejong, 2004) et se terminait par la même phrase, afin d'identifier clairement la réponse. Les pourcentages figurant dans le tableau 5 représentent la proportion d'enseignants qui a attribué 10/10 à chacune des stratégies. La résolution par équation a été proposée en 6^{e} année car au Grand-Duché du Luxembourg cette matière figure dans le nouveau plan d'étude (MENFP, 2011) et se trouvait également dans l'ancien curriculum de mathématiques. La dernière colonne représente le pourcentage d'enseignants qui a donné la note maximale pour toutes les stratégies proposées.

Tableau 5 : Pourcentage de 10/10 pour les stratégies de résolution, pour chaque année[1]

	Problèmes	Equa-tions	Calculs	Dessins et calculs	Dessins	Tâtonn.	10/10 Partout
1re N = 41	Fanny avait 5 crayons. Alexandre a donné quelques crayons à Fanny. Maintenant Fanny a 11 crayons. Combien de crayons Alexandre a-t-il donnés à Fanny?	-	88%	-	51%	42%	37%
4e N = 50	Isidore se lance dans l'élevage des poules et des lapins. Il y a 7 poules et 26 pattes. Combien y a-t-il de lapins? *(Fagnant, Demonty & Lejong, 2004)*	-	92%	-	74%	58%	56%
6e N = 63	Les jumeaux Zélie et Titouan ont fait un petit calcul. Ils constatent que leur maman a 3 fois leur âge et que la famille a ensemble 100 ans. Leur papa a 4 ans de plus que leur maman, et il n'y a pas d'autres enfants. Quel est l'âge de chacun?	95%	-	67%	-	37%	37%
En moyenne							42%

[1] Un exemple de chacune de ces stratégies figure en annexe 1

Deux constats importants ressortent de ce tableau. Tout d'abord, malgré leurs déclarations dans les items classiques, seul un peu plus d'un tiers des enseignants de 1^er^ et 6^e^ années du primaire (37 %) attribuent la note maximale pour toutes les stratégies, qu'elles soient formelles (équations ou calculs), non formelles (des heuristiques comme le dessin ou le tâtonnement) ou mixtes. Ils sont plus nombreux dans ce cas en 4^e^ année (56%). C'est aussi en 4^e^ année que les enseignants semblent le plus accepter la stratégie du tâtonnement. Il se peut que la position intermédiaire des enseignants de 4^e^ année qui ne doivent pas introduire les premiers éléments d'addition et de soustraction (comme en 1^re^ année) ou qui ne sont pas sous la pression des évaluations de fin de primaire, les amènent à aussi davantage d'ouverture dans l'acceptation des démarches de résolution de problèmes. Ensuite, quelle que soit l'année d'enseignement, on retrouve la même hiérarchisation dans l'appréciation des stratégies. Les stratégies les plus formelles (calculs et équations) sont celles qui reçoivent davantage la note maximale, tandis que les heuristiques comme le dessin et surtout le tâtonnement sont nettement moins plébiscités, même en première année.

A nouveau, les commentaires des enseignants permettent de mieux comprendre ces résultats contradictoires entre les déclarations aux items classiques et les choix opérés dans les items contextualisés. Cette fois, les enseignants ont été plus nombreux (34) à commenter leurs réponses. A nouveau, ce sont les enseignants de 6^e^ année qui se sont le plus exprimés. Les commentaires tournent essentiellement autour de deux axes. Le premier consiste à défendre les 10/10 attribués à toutes les stratégies. Les enseignants écrivent des commentaires comme « Les trois solutions sont correctes même si les enfants utilisent des stratégies différentes. Les enfants reçoivent donc le maximum de points ». Le deuxième concerne la stratégie de tâtonnement que plusieurs enseignants n'apprécient pas du tout : « La solution C [le tâtonnement] me plaît le moins parce que cela a l'air d'être des essais et erreurs », « La solution C [le tâtonnement] n'est pas applicable comme démarche générale à des problèmes analogues qui contiendraient des nombres plus grands » « La solution C [le tâtonnement] n'est pas exprimée mathématiquement ». Certains enseignants commentent également les stratégies « Dessins » en disant qu'ils ne peuvent attribuer la note maximale « car il manque les calculs ». Il semblerait que certains enseignants considèrent les heuristiques de résolution de problème comme le tâtonnement ou le dessin comme non mathématiques et dès lors ne valoriseraient pas ces démarches.

5.4. Analyse par profils d'enseignants

Les résultats de la section qui précède nous ont conduits à nous intéresser spécifiquement aux enseignants qui ont attribué le maximum de points à toutes les stratégies. Nous avons qualifié ces enseignants d' « innovants » tandis que les autres seront dits « traditionnels ». Sur l'ensemble des enseignants, 42% (soit 66 sur 154) sont ainsi considérés comme innovants dans la mesure où ils valorisent de la note maximale tout type de démarche de résolution (formelle ou heuristique) pour autant qu'elle conduise à la solution correcte.

Nous avons examiné les croyances de ces enseignants et analysé si cette différence de profils conduisait également à des différences dans les résultats aux trois différents axes d'analyse présentés précédemment. Globalement, peu de différences apparaissent selon les profils considérés. Etonnamment, les enseignants innovants ne sont pas plus nombreux à s'intéresser aux problèmes non routiniers ou à déclarer que ces problèmes font partie de leurs habitudes de classe (Axe 2). On observe cependant des différences importantes voire significatives dans certains items concernant l'objectif de la résolution de problèmes (Axe 1) et l'acceptation des différentes heuristiques de résolution de problèmes (Axe 3).

Nous présentons ci-dessous les résultats dans ces deux domaines selon le type de profil.

5.4.1. Les objectifs de la résolution de problèmes

Des différences nettes apparaissent dans le classement des objectifs de résolution de problèmes. Le tableau 6 présente ces résultats :

Tableau 6 : Objectifs poursuivis dans la résolution de problèmes selon les profils d'enseignants

Rôle des problèmes	**Classé en 1re position**	
	Profil innovant (N = 66)	Profil traditionnel (N = 88)
Appliquer les opérations arithmétiques apprises	36 %	55 %
Apprendre les stratégies de résolution de problèmes	55 %	37 %
Introduire une nouvelle notion	8 %	7 %
Autre	1 %	1 %
Total	100 %	100 %

Les résultats du tableau 6 montrent un renversement dans les objectifs attribués à la résolution de problèmes selon le profil d'enseignants. Plus de la moitié des enseignants innovants (55 %) déclarent utiliser les problèmes en premier lieu pour apprendre les stratégies de résolution tandis que la même proportion d'enseignants traditionnels les utilise d'abord pour appliquer les opérations arithmétiques apprises. Même si cette différence n'est pas significative ($p < 0.07$), elle témoigne malgré tout d'une forte tendance. L'objectif « introduire une nouvelle notion », au cœur de l'approche par problèmes, reste quant à lui peu poursuivi dans les deux groupes.

5.4.2. Les heuristiques de résolution de problèmes

Les enseignants présentant un profil innovant et qui dès lors ont tous attribué la note maximale à toutes les stratégies, montrent des résultats significativement différents des profils traditionnels, à certains des items classiques concernant les heuristiques de résolution de problèmes comme le montre le tableau 7 ci-dessous.

Tableau 7 : Degré d'accord des enseignants, selon leur profil, aux items sur les heuristiques de résolution

	Propositions	**Tout à fait d'accord**		
		Innovants (N = 66)	Traditionnels (N = 88)	
1	Pour résoudre un problème, j'invite les élèves à réaliser une représentation de l'énoncé (sous la forme d'un dessin, d'un schéma ou de tout autre organisation des données)	31 %	25 %	NS
2	J'accepte que les élèves proposent une démarche de résolution différente de celle que j'attendais pour autant qu'elle soit correcte : a) Dans les exercices	82 %	67 %	$p < 0.03$
3	b) Dans les tests	80 %	66 %	$p < 0.04$

Le tableau 7 présente, comme le tableau 4, le degré d'accord des enseignants aux items sur les heuristiques de résolution. Cependant, nous avons analysé cette fois uniquement la proportion d'enseignants « Tout à fait d'accord » avec les trois propositions et avons examiné les résultats selon les profils avec l'idée que les enseignants innovants seront significativement plus nombreux à déclarer réaliser une représentation de l'énoncé (item 1) ou à accepter les démarches non attendues (items 2 et 3) que les traditionnels. Comme attendu, les résultats montrent que la proportion d'enseignants innovants affirmant être « tout à fait d'accord » avec l'acceptation de stratégies différentes de celles qu'ils attendent, est significativement différente dans les deux items (items 2 et 3). Ils sont 82 % et 80 % dans ce cas contre 67 % et 66 % d'enseignants traditionnels. Contrairement aux enseignants traditionnels, les innovants se montrent donc davantage cohérents dans leurs déclarations aux items classiques et aux items contextualisés concernant l'ouverture à différentes démarches de résolution puisqu'ils attribuent la note maximale à tous les types de démarches. Cependant, lorsqu'on analyse les résultats de l'item 1 à propos du développement des heuristiques pour la résolution de problèmes, la différence entre les deux groupes, même si elle existe, est non significative. Autrement dit, même si un plus grand nombre d'enseignants innovants déclarent accepter les stratégies différentes de leurs attentes (items 2 et 3), ils ne sont pas significativement plus nombreux à affirmer faire réaliser une représentation de l'énoncé sous la forme d'un schéma, dessin, … (item 1) c'est-à-dire à développer effectivement les heuristiques de résolution de problèmes dans leur classe.

6. Conclusion

Notre article présentait une étude exploratoire visant à examiner les croyances et pratiques déclarées des enseignants luxembourgeois à propos de la résolution de problèmes. Cette étude s'inscrivait dans le contexte de la réforme par compétences de l'enseignement fondamental et analysait ce que pensaient les enseignants du primaire à propos du rôle des problèmes (axe 1), de l'utilisation de problèmes non routiniers (axe 2) et de l'ouverture aux heuristiques de résolution de problèmes (axe 3).

Dans le contexte scolaire luxembourgeois au moment de la collecte de données, nous avions émis trois hypothèses renvoyant plutôt à un profil d'enseignement traditionnel attribuant aux problèmes un rôle d'application des techniques et savoirs enseignés (Hyp-Axe 1), utilisant des problèmes routiniers (Hyp-Axe 2) et valorisant peu les heuristiques de résolution de problèmes (Hyp-Axe 3).

Le choix d'une méthodologie utilisant des items mixtes (classiques et contextualisés) a permis de révéler une situation nettement plus nuancée. Si le rôle des problèmes pour introduire de nouveaux contenus, ne semble pas encore être réellement envisagé par les enseignants, les deux autres fonctions, à savoir développer des stratégies et appliquer les techniques apprises, sont défendues à part égale par les enseignants (environ 45 %). Il semble donc qu'un peu moins de la moitié des enseignants ne cantonne plus la résolution de problèmes à l'unique but d'appliquer les procédures apprises (Hyp-Axe 1). De même, les problèmes jugés les plus intéressants sont les problèmes non routiniers, et cela dans les trois années d'étude considérées (Hyp-Axe 2). Cependant, cet intérêt ne se traduit pas nécessairement par des pratiques de classe concordantes puisque que ce sont les problèmes routiniers qui sont déclarés faire partie des habitudes de classe. Enfin, l'analyse des items concernant les heuristiques de résolution montre qu'une majorité d'enseignants affirme être d'accord ou tout à fait d'accord pour accepter la diversité des stratégies dans la résolution de problème (95 %). Ils sont nettement moins nombreux cependant (42 %) à confirmer ces déclarations dans les items contextualisés et à attribuer la note maximale à tout type de stratégies (formelles ou heuristiques) aboutissant néanmoins à la réponse correcte (Hyp-Axe 3).

Notons également que les heuristiques (dessin ou tâtonnement) sont les démarches les moins plébiscitées par les enseignants tous niveaux confondus. Le tâtonnement, en particulier, est l'heuristique la moins appréciée. Or, la littérature de recherche montre que les heuristiques sont des stratégies efficaces de résolution de problèmes. La recherche d'Elia *et al.* (2009) souligne en particulier que le tâtonnement permet de résoudre une large variété de problèmes mathématiques et peut être utile dans la vie professionnelle comme dans la vie de tous les jours. L'utilisation d'heuristiques permet également aux élèves de développer des capacités métacognitives c'est-à-dire des actions d'auto-régulation telles que représenter un énoncé, évaluer sa démarche de résolution, estimer un résultat, etc. (Verschaffel *et al.,* 1999).

L'analyse par profil avait pour but d'examiner si les enseignants « innovants » (attribuant la note maximale à toutes les stratégies proposées) se distinguaient des enseignants dits « traditionnels » et se positionnaient différemment en regard des trois axes d'analyse. Les différences se situaient essentiellement dans l'objectif attribué aux problèmes envisagés par les enseignants « innovants » d'abord pour développer des stratégies de résolution, et par l'ouverture à la diversité des démarches de résolution (formelles et heuristiques). Cependant, ces enseignants ne déclarent pas davantage de pratiques de classe innovantes comme l'utilisation de problèmes non routiniers ou le développement d'heuristiques de résolution de problèmes. Ces résultats sembleraient suggérer que l'obstacle de la réforme scolaire ne réside pas uniquement dans les croyances des enseignants qui ne seraient pas congruentes avec les présupposés d'une réforme comme le suggèrent Handal et Herrington (2003) mais peut-être aussi dans un manque de ressources et d'accompagnement permettant aux enseignants de réellement mettre en œuvre des pratiques de classes cohérentes avec la réforme, en l'occurrence avec une approche par problèmes, visant tant l'apprentissage de contenus mathématiques que le développement des heuristiques de résolution.

Enfin, il convient de souligner que c'est grâce à l'utilisation d'items mixtes (classiques et contextualisés), que ces constats contrastés et nuancés ont pu être mis en évidence. Ceux-ci témoignent de l'intérêt indéniable d'évaluer les mêmes dimensions à l'aide de ces différents types de prises d'informations afin de cerner au plus près les croyances réelles des enseignants. Nous pensons également que cette méthode mixte constitue aussi une manière de réduire les effets de désirabilité sociale souvent présents dans les questionnaires destinés à recueillir les opinions et conceptions des individus.

Références bibliographiques

Charnay, R. (1992). Problème ouvert, problème pour chercher. *Grand N, 51,* 77-83.

Crahay, M. (2002). Enseigner, entre réussir et comprendre, théorie implicite de l'éducation et pensée des enseignants-experts. Essai de recadrage socioconstructiviste. In J. Donnay & M. Bru (Eds.), *Recherche, pratique et savoirs en éducation* (pp. 107-132). Bruxelles : De Boeck.

Crahay, M., Wanlin, P., Laduron, I. & Issaeiva, E. (2010). Les croyances des enseignants peuvent-elles évoluer ? Fonctions, origines et évolution des croyances des enseignants. *Revue française de pédagogie, 172,* 85-129.

De Corte, E. & Verschaffel, L. (2002). Communauté d'apprentissage hautement performants : Recherche d'intervention visant à combler l'écart entre la théorie et la pratique. *Perspectives*, XXXII (4).

Demonty, I, & Fagnant, A. (2012). Les différentes fonctions de la résolution de problèmes sont-elles présentes dans l'enseignement primaire en Communauté française de Belgique ? In J.-L., Dorier & S., Coutat (Eds.), *Enseignement des mathématiques et contrat social: enjeux et défis pour le 21*[e] *siècle – Actes du colloque EMF2012* (pp. 1752-1760). Genève, Suisse.

Demonty, I., Fagnant, A., & Lejong, M. (2004). *Résoudre des problèmes : pas de problème !* Guide méthodologique et documents reproductibles : cycle 8/10 ans. Bruxelles, Belgique : De Boeck.

De Vecchi, G. & Carmona-Magnaldi, N. (2002). *Faire vivre de véritables situations problèmes*. Hachette : Paris.

Diezmann, C. M. (2002). Enhancing students' problem solving through diagram use. *Australian Primary Mathematics Classroom, 7*(3), 4-8.

Elia, I., van den Heuvel-Panhuizen, M., & Kolovou, A. (2009). Exploring strategy use and strategy flexibility in non-routine problem solving by primary school high achievers in mathematics. *ZDM Mathematics Education, 41,* 605–618.

Fabre, M. (1999). *Situations problèmes et savoir scolaire*. Paris : PUF.

Fagnant, A., & Burton, R. (2009). Développement de compétences et résolution de problèmes en mathématiques à l'école primaire : pratiques déclarées des enseignants et pratiques projetées des futurs enseignants. *Scientia Paedagogica Experimentalis, XLVI(2),* 293-318.

Fagnant, A. & Vlassis J. (2009). Le rôle de la résolution de problèmes dans les apprentissages mathématiques : questions et réflexions. *Education Canada,* 50-52.

Handal, B., & Herrington, T. (2003). Mathematics teachers beliefs' and curriculum reform. *Mathematics Education Research Journal*, *15*(1), 59-69.

Lee J., & Ginsburg, H. (2007). Preschool Teachers' Beliefs About Appropriate Early Literacy and Mathematics Education for Low- and Middle-Socioeconomic Status Children. *Early education and development, 18*(1), 111–143.

Mercier, A. (2008). Une question curriculaire de l'enseignement élémentaire des mathématiques : la résolution de problèmes. *Actes du séminaire national L'enseignement des mathématiques à l'école primaire* (pp.93-116). Paris :Ministère de l'Education, Eduscol.

Ministère de l'Education Nationale et de la Formation Professionnelle - MENFP (2011). *Plan d'études : Ecole fondamentale*. Grand-Duché du Luxembourg : Auteur.

National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: NCTM.

Pallascio, R. (2005). Les situations-problèmes : un concept central du nouveau programme de mathématiques. *Vie pédagogique, 136*, 32-35.

Richardson, V. (1996). The role of attitudes and beliefs in learning to teach. In J. Sikula (Ed.), *Handbook of Research on Teacher Education* (pp. 102-119). New York : Mac Millan.

Roth Mc Duffie, A.M., & Mather, M. (2006). Reification of instructional materials as part of the process of developing problem-based practices in mathematics education. *Teachers and teaching: theory and practice, 12*(4), 435-459.

van der Sandt, S. (2007). Research framework on mathematics teacher behaviour: Koehler and Grouws' framework revisited. *Eurasia Journal of mathematics, Science & Technology*, *3*(4), 343-350.

Verschaffel, L., Greer, B., & De Corte, E. (2000). *Making sense of word problems*. Lisse, The Netherlands: Swets & Zeitlinger.

Verschaffel, L., De Corte, E., Lasure, S., Van Vaerenbergh, G., Bogaerts, H., & Ratinckx, E (1999). Learning to solve mathematical application problems : A design experiment with fifth graders. *Mathematical Thinking and Learning, 1*(3), 195-229.

Vlassis, J., & Demonty, I. (2002). *L'algèbre par situations problèmes*. Bruxelles : De Boeck.

ANNEXE - Exemple de stratégies que les enseignants devaient évaluer

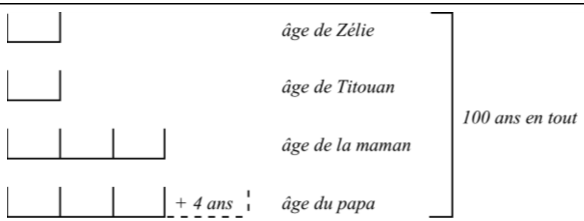
<table>
<tr>
<td>Equations

Exemple 6e année

Zélie et Titouan</td>
<td>Si x est l'âge des jumeaux,
âge de la maman : 3x
âge du papa : 3x + 4
x + x + 3x + 3x + 4 = 100
8x + 4 = 100
8x = 96
x = 12

Et donc,
l'âge de Zélie et Titouan : 12 ans
l'âge de la maman : 3 · 12 = 36 ans
l'âge du papa : 36 + 4 = 40 ans</td>
</tr>
<tr>
<td>Calculs et dessins

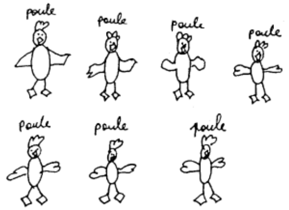
Exemple 6e année

Zélie et Titouan</td>
<td>

100 - 4 = 96 ans pour 8 parts égales
1 part = âge de Zélie et Titouan = 96 : 8 = 12
Age de Zélie et Titouan : 12 ans
La maman a : 12 · 3 = 36 ans
Le papa a : 36 + 4 = 40 ans</td>
</tr>
</table>

<table>
<tr><td rowspan="2">Dessins

Exemple 4^e année

Isidore</td><td>

7 poules, ça fait 14 pattes</td><td>

1 lapin, 4 pattes
2 lapins, 8 pattes
3 lapins, 12 pattes</td></tr>
<tr><td colspan="2">14 pattes et 12 pattes, ça fait bien les 26 pattes
Il y a donc 3 lapins.</td></tr>
<tr><td>Tâtonnement

Exemple 1^{ère} année

Fanny et Alexandre</td><td colspan="2">5 + 1 = 6   C'est trop peu
5 + 3 = 8   C'est encore trop peu
5 + 7 = 12   C'est de trop
5 + 6 = 11   C'est juste
Alexandre a donné 6 crayons</td></tr>
</table>